FASIT

Når vi benytter oss av svarene i mellomregninger for å komme fram til sluttsvaret, er det ofte praktisk å la disse svarene bli stående i lommeregneren. Andre ganger kan det være mer naturlig å regne videre med et avrundet mellomsvar. Dette kan ha betydning for sluttsvaret.
Hvis du får avvik fra svaret vi har gitt, kan det skyldes dette.

1.1 a 4 b -3 c $\frac{15}{4}$ d -13 e -1 f $-\frac{1}{2}$

1.2 a ingen løsning b 28
c ingen løsning d ingen løsning

1.3 a -4 5 b -2 0 6

1.4 a 9 b -5 5 c $\frac{1}{4}$ d 2 e ingen løsning

1.5 a ingen løsning b 5 c 2 d 18

1.6 $4 \pm 4\sqrt{10}$

1.7 a nei b ja c ja d nei e ja

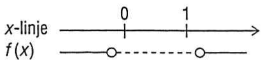
1.8 I de samme tilfellene som i oppgave 1.7.

1.9 a $x < 2$ b $x > 2$ c $x < -2$ d $x > \frac{2}{3}$ e $x \geq -18$ f $x < 2$ g $x \leq -2$

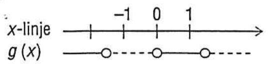
1.10 Maksimalt 21 325 kWh

1.11 Minst 37 ganger

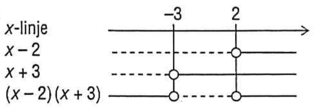
1.12 a



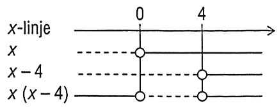
b



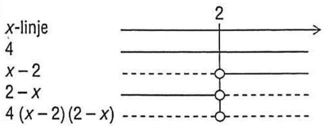
1.13 a 1



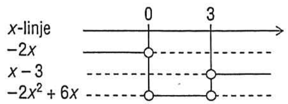
2



3



4



b 1 $L = \langle -3 , 2 \rangle$
2 $L = \langle \leftarrow , 0 \rangle \cup \langle 4 , \rightarrow \rangle$
3 $L = \langle \leftarrow , 2 \rangle \cup \langle 2 , \rightarrow \rangle$
4 $L = \langle \leftarrow , 0 \rangle \cup \langle 3 , \rightarrow \rangle$

1.14 a $L = \langle \leftarrow , -3 \rangle \cup \langle 0 , \rightarrow \rangle$ b $L = [1 , 2]$ c $L = \langle 1 , 2 \rangle$
d $L = \mathbb{R}$, dvs. alle x-verdier e ingen løsning f $L = \langle \leftarrow , -3 \rangle \cup \langle 0 , \rightarrow \rangle$

1.15 a Grafen til $f(x)$ er under x-aksen for $x < 5$, den skjærer x-aksen når $x = 5$, og den er over x-aksen for $x > 5$.
b Grafen til $g(x)$ er over x-aksen for $x < 4$, den skjærer x-aksen når $x = 4$, og den er under x-aksen for $x > 4$.
c Grafen til $h(x)$ er over x-aksen for alle x utenom $x = 0$. Når $x = 0$, tangerer grafen x-aksen.

1.16 a 1 $x < -1$ og $x > 3$
2 $0 < x < 2$
3 $x < -2$ og $x > 4$
b $x \in \langle 60 , 100 \rangle$

1.17 a $L = \langle \leftarrow , -3 \rangle$ b $L = \langle \leftarrow , 3 \rangle$
c $L = \langle -4 , 2 \rangle$ d $L = \left\langle \leftarrow , -\frac{3}{2} \right\rangle \cup \left[\frac{1}{3} , \rightarrow \right\rangle$

1.18 a $L = \langle 2 , \rightarrow \rangle$ b $L = \langle 3 , 5 \rangle$ c $L = \left\langle \leftarrow , \frac{1}{2} \right\rangle$ d $L = \langle -1 , 2 \rangle \cup \langle 3 , \rightarrow \rangle$

1.19 $L = \langle 3 , 5 \rangle$

1.20 Som oppgave 1.17

1.21 Som oppgave 1.18

1.22 a $L = \langle 6 , \rightarrow \rangle$
b $L = \langle \leftarrow , -3 \rangle \cup [-2{,}67 , 3 \rangle \cup [3{,}81 , 8{,}85]$

1.A a 2 b $\frac{9}{4}$ c 1

1.B a Ingen løsning
b $x = -1$

1.C Marx mister en løsning når han dividerer med $x - 4$. Likningen kan løses som andregradslikning ved å bruke abc-formelen. Svaret blir $x = 1 \vee x = 4$.

1.D a 2 b 106 Nei

1.E a 1 $x < 3$ 2 $x > -\frac{1}{2}$
b $\frac{250x + 6000}{x} < 500$ $x > 24$

1.F a $\langle \leftarrow , -7 \rangle \cup \langle 1 , \rightarrow \rangle$
b $f(x)$ ligger over x-aksen i intervallene $\langle \leftarrow , -7 \rangle$ og $\langle 1 , \rightarrow \rangle$.
c $[-7 , 1]$

1.G $\langle 0 , 30 \rangle$
Ballen kastes fra høyden 2,20 m over bakken.
Ballen er mer enn 2,20 m over bakken helt til den er 30 m (horisontalt) fra Sadia.

1.H a 1 $\left[\frac{3}{2} , 4 \right\rangle$
2 $\langle \leftarrow , 3 \rangle \cup \langle 8 , \rightarrow \rangle$
b $\langle 0 , 1 \rangle \cup \langle 2 , \rightarrow \rangle$
Grafen til $g(x)$ ligger over grafen til $f(x)$ når $0 < x < 1$ og når $x > 2$.

2.1 a 3^5 b 2^{10} c 3^4 d 3^2

2.2 a a^{18} b $8a^4$ c $6x^6$ d $\frac{1}{2}x^5y^2$

2.3 a 3 b 7 c 5 d 4 e $\frac{1}{3}$ f $\frac{1}{32}$

2.4 a 3 b 25 c a^3 d 4 e 3 f 5 g $\sqrt{p}$

2.5 a $f(x) = 8000 \cdot 1{,}15^x$ b 1 10 600 2 18 500

2.6 a 12,2 % b 8,0 %

2.7 a $V(t) = 375\,000 \cdot 0{,}82^t$ c 3,5 år

2.8 a 46,4 % b 34,4 %

2.9 a $x = 0$

2.10 a 2,58 b 2,70 c $-0{,}767$ eller 2 eller 4

2.11 a 5730 år b 1520 f.Kr.

2.12 a 3 2 1 0 -1 -2 -6 b 3,5 2,5 1,5 0,5 $-0{,}5$ $-1{,}5$ $-5{,}5$
c 5,3 $-2{,}7$ 0

2.13 1380 138 13,8 1,38 0,138 0,0138 0,00138

2.14 $10^{-1{,}70}$ $10^{-0{,}0969}$ $10^{0{,}398}$ $10^{0{,}903}$ $10^{1{,}18}$ $10^{1{,}88}$ 10^2 $10^{2{,}34}$

2.15 a 2,5 b 50 c 0,15 d 100

2.16 a 0,699 b 2,08 c 3,08 d 5,18

2.17 a 0,000316 20,0 $1{,}58 \cdot 10^3$ $1{,}00 \cdot 10^4$ $1{,}58 \cdot 10^4$ $1{,}00 \cdot 10^9$
b 0,0631 0,631 6,31 63,1 631 $1{,}58 \cdot 10^6$

2.18 $T(t) = 27 \cdot 10^{-0{,}0506t}$

2.19 a $1{,}5 \cdot 10^{21}$ b $1{,}5 \cdot 10^{14}$ c $1 \cdot 10^7$

2.20 3,5

2.21 1,10 1,39 −0,357 1,00 2,00 5,00
2.22 23,1 8,50 3,13 1,15 0,423 0,156 0,0573
2.23 $e^{-0,693}$ e^{0} $e^{0,405}$ $e^{1,25}$ $e^{3,00}$ $e^{3,91}$
2.24 **a** −0,223 **b** 3,22 **c** 8,50 **d** 10,8
2.25 **a** 0,0302 3,67 24,5 54,6 66,7 $8,10 \cdot 10^3$
b 0,301 0,819 2,23 6,05 16,4
2.26 **a** ln 2 = 0,693
2.27 $f(x) = 10 \cdot e^{0,00995x}$
2.28 **a** 1,26 **b** −0,834 **c** 0 **d** 1,58
e 8,04 **f** −8,04 **g** 9,86 **h** −6,89
2.29 10,1
2.31 **a** $2\lg a + \lg b$ **b** $2\lg a - \lg b$ **c** $3\lg a - 2\lg b$ **d** $-\lg a - \lg b$
2.32 **a** $\frac{5}{2}\lg a$ **b** $-5\lg a$ **c** $4\lg a$

2.33 **a** 54 °C
b 57,8 °C
2.34 **a** 8 **b** 2 **c** 1,16 **d** 0,779 **e** 0,135 eller 7,39
f 7,39 eller −7,39 **g** 2,72 (e)
2.35 **a** 0,0498 eller 1 **b** 0,368 eller 20,1
c $-\frac{1}{2}$ eller $\frac{1}{2}$ **d** 2,72 (e) **e** 3 **f** 2
2.41 **b** 437 655 år
2.42 **b** Ca. 3,5 år 9 år 13,5 år

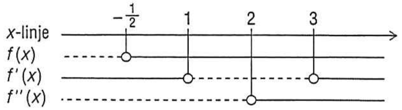
2.43 **b** $\ln T = -0,0141t + 3,552$ **c** $T(t) = 34,9e^{-0,0141t}$
e $\ln T = -0,0516t + 3,520$
$T(t) = 33,8 \cdot e^{-0,0516t}$
2.45 128 dB
2.46 **a** 1000 W/m^2 **b** 192 dB
2.47 **b** 10 **c** 3,01
2.A **a** a^7 **b** $3^4 = 81$ **c** $\frac{1}{2}$ **d** $2^{\frac{5}{3}}$
2.B 4,0 %
2.C **a** **1** $\lg 2 + \lg 3$ **2** $\lg 2 + 2\lg 3$ **3** $\lg 2 - \lg 3$ **4** $2\lg 2 - 2\lg 3$
b 100
2.D **a** 2,03 **b** 13,49 **c** 4,68 **d** 3,10 **e** $\pm\sqrt{e}$ **f** ln 2
2.E **a** 0,3125 1,25 5 20
c **1** −1,32 **2** 1,49
e $g(x) = 5 \cdot 10^{0,301x}$
2.F **a** Ca. 2 min **b** $M(t) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$ **c** **2** Etter ca. 13 min
2.G **a** Ja, lydnivået er 90 dB.
b 0,00032 W/m^2
2.H **c** $f(x) = 8500 \cdot e^{0,30x}$
d $x = 1,5$ (dvs. 18 måneder) gir faktoren $e^{0,30 \cdot 1,5} = 1,57$, dvs. en økning på i underkant av 60 %, langt fra en fordobling.
3.1 $AC = 5,69$ $\angle A = 31,5°$ $\angle C = 58,5°$
3.2 10,6 cm 13,2 cm
3.3 **a** 7,3 glide gir 3650 m **b** sink 1,17 m/s gir 427 s = 7 min 7 s
3.4 **a** 7,0 og 7,3 **b** Sink-tallet er større enn 1,17 m/s, og glidetallet er mindre enn 7,3.
3.5 $AD = 2,7$ m $DC = 7,0$ m $AB = 8,9$ m $BC = 9,4$ m
3.6 **a** 28 **b** 36
3.7 Ca. 5,2 km^2
3.8 Hint: Arealet av ABC er differensen mellom arealene av ADC og BDC.
3.12 **a** sinus: 0,6 cosinus: −0,8
b sinus: b cosinus: a

3.13 **a** $\sin v = 0,5$ $\sin u = 0,5$
$\cos v = 0,87$ $\cos u = -0,87$
b $\sin v = 0,94$ $\sin u = 0,94$
$\cos v = -0,34$ $\cos u = 0,34$
c $\sin v = 0$ $\sin u = 0$
$\cos v = -1$ $\cos u = 1$
3.14 Nei, det er to mulige vinkler: 56° eller 124°
Ja, det er bare en mulig vinkel: 34°
3.15 **a** $v = 97,8°$
b $v = 27,2° \vee v = 152,8°$
c $v = 20,4°$
d $v = 56,2°$
e $v = 63,8° \vee v = 116,2°$
f Ingen løsning
3.16 **a** $v = 0 \vee v = 180°$
b $v = 90°$ **c** $v = 180°$ **d** $v = 90°$ **e** $v = 0°$ **f** $v = 45°$
3.17 **a** (0,84 , 0,54) **b** (−0,52 , 0,85)
3.18 **a** 36,9° **b** 143,1°
3.19 **a** 13,9 cm^2 **b** 13,9 cm^2 **c** 9,7 cm^2
3.20 218 cm^2
3.21 **a** 2850 m^2 **b** 347 m^2
3.22 **a** 56,4° eller 123,6° **b** 6
3.23 **a** $b = 20,0$ $B = 82,1°$ $C = 31,6°$
b $b = 4,9$ $c = 9,0$ $C = 117,5°$
c $b = 5,1$ $B = 13,9°$ $C = 35,5°$
3.24 **a** 5,22 cm og 4,13 cm **b** To løsninger: 10,1 cm og 2,7 cm
3.25 $BF = 5900$ m $BC = 5600$ m $CF = 2000$ m
(Svarene er avrundet til nærmeste hundre.)
3.26 3,0 cm
3.27 $b = 12,7$ $A = 47,6°$ $C = 62,4°$
3.28 **a** $a = 7,04$ $B = 29,7°$ $C = 94,9°$
b $a = 11,47$ $B = 17,7°$ $C = 37,7°$
3.29 **a** 36,2° 43,5° 100,3°
b 36,9° 53,1° 90°
c 28,9° 46,6° 104,5°
3.30 407 m^2
3.31 720° 8640° 518 400°
3.32 $u = 150°$ $v = 210°$ $w = 330°$
3.33 $x = -60°$ $y = -120°$ $z = -240°$
3.34 **a** 3. kv **b** 4. kv **c** 1. kv **d** 2. kv
3.35 Tredje kvadrant: sinus og cosinus negativ
Fjerde kvadrant: sinus negativ, cosinus positiv
3.36 P_1: (0,5 , 0,87)
P_2: (−0,5 , 0,87)
P_3: (−0,5 , −0,87)
P_4: (0,5 , −0,87)
3.37 Minste x- og y-koordinat på enhetssirkelen er −1. Største x- og y-koordinat på enhetssirkelen er 1.
3.38 **b** $-\sin v$
$-\cos v$
3.39 **1** 155° **2** 120° **3** 320° **4** 230°
I alle tilfellene er $\sin u = \sin v$ og $\cos u = -\cos v$.
3.40 **1** 345° **2** 290° **3** 175° **4** 48°
I alle tilfellene er $\cos u = \cos v$ og $\sin u = -\sin v$.
3.41 **a** $x = 66,4° \vee x = 293,6°$ **b** $x = 143,1° \vee x = 216,9°$
c $x = 95,7° \vee x = 264,3°$ **d** $x = 0°$
e $x = 0°$ **f** $x = 180°$

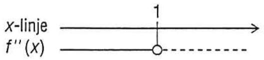
3.42 a $x = 17{,}5° \lor x = 162{,}5°$
b $x = 216{,}9° \lor x = 323{,}1°$
c $x = 53{,}1° \lor x = 126{,}9°$
d $x = 210° \lor x = 330°$
e $x = 197{,}5° \lor x = 342{,}5°$
f $x = 14{,}5° \lor x = 165{,}5°$
3.43 a 162,5° b 342,5° c 233,1° d 306,9°
3.44 a $x = 60° \lor x = 300°$
b $x = 14{,}5° \lor x = 165{,}5° \lor x = 270°$
c $x = 0° \lor x = 180°$
d $x = 0° \lor x = 180°$
3.46 90° og 270°
3.47 a Tangens får samme verdi b Tangens får samme verdi
3.48 a tan v øker
b Negativ, men stor i absoluttverdi
c –1
3.49 a $v = 45° \lor v = 225°$ b $v = 135° \lor v = 315°$ c $v = 45° \lor v = 225°$
3.50 a 215°, 395° og 575° b 130°, 310°, 490° og 670°
3.51 a $x = 75{,}0° \lor x = 255{,}0°$ b $x = 26{,}6° \lor x = 206{,}6°$
c $x = 108{,}4° \lor x = 288{,}4°$ d $x = 120° \lor x = 300°$
3.52 a $x = 71{,}6° \lor x = 251{,}6° \lor x = 63{,}4° \lor x = 243{,}4°$
b $x = 120° \lor x = 300° \lor x = 60° \lor x = 240°$
3.53 a $x = 116{,}6° \lor x = 296{,}6°$ b $x = 31{,}0° \lor x = 211{,}0°$
3.54 a 63,4° b 21,8°
3.55 68,2°
3.56 a Kl. 06.00 og kl. 18.00 b Ca. kl. 7.15 og kl. 16.46
3.58 Ca. 0,7 s
3.59 a 1 9,780 2 9,832 3 9,819 4 9,826
b 49,4° nord og 49,4° syd
3.A a 5,6 m b 56° c 3,9 m
3.B a 2,8 km b 9,0 km²
3.C a 61° b 119°
3.D 628 m²
3.E Nei, hun har svømt ca. 1,3 km.
3.F Det er to løsninger:
Alternativ 1: $B = 57°$ $A = 73°$ $BC = 125$ m
Alternativ 2: $B = 123°$ $A = 7°$ $BC = 17$ m
3.G a 4,2 km b 31 m
3.H $AD = 47{,}2$
3.I a $\{34{,}9°, 325{,}1°\}$ b $\{113{,}6°, 246{,}4°\}$ c $\{48{,}6°, 131{,}4°\}$
d $\{199{,}5°, 340{,}5°\}$ e $\{116{,}6°, 296{,}6°\}$ f $\{33{,}7°, 213{,}7°\}$
3.J a $\{0°, 138{,}6°, 221{,}4°\}$ b $\{45°, 121°, 225°, 301°\}$ c $\{90°\}$
4.1 1 0,083 milliarder/år 2 0,085 milliarder/år
Hvor mye befolkningen har økt med i gjennomsnitt per år i intervallene.
4.2 1 –37 2 –40 3 –50
Hvor mye radioaktiviten avtar i gjennomsnitt per time i intervallene.
4.3 0,083 milliarder/år
Hvor mye folketallet økte med per år i 1980.
4.4 –64
Hvor mye radioaktiviteten avtar per time etter 20 timer.
4.5 4
4.6 1
4.7 1 0,5 $f(x)$ er kontinuerlig 2 1 $f(x)$ er diskontinuerlig
4.8 Diskontinuerlige, funksjonen i 4.5 er ikke definert for $x = 2$, og funksjonen i 4.6 er ikke definert for $x = 1$.

4.9 Diskontinuerlig $\lim\limits_{x \to -5} h(x) = -1$
$\lim\limits_{x \to 5} h(x) = 1$
4.10 4
4.11 a $2x + 1{,}5$ b $10x$ c 3
4.12 $3x^2$
4.13 a 5 b –2,5 c 0 d 0
4.14 a 0 b –1 c 5 d $2x + 2$
4.15 a $12x^3 - 2x + 2$ b $x^2 + x + 1$ c $-10x^3 + x - 2{,}3$
d $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2}$ f $\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$
4.16 $f'(x) = -x^2 - 2x + 4$
4.17 a $f'(x) = 2x - 4$
Synker: $\langle \leftarrow, 2\rangle$
Stiger: $\langle 2, \rightarrow\rangle$
Bunnpunkt: $(2, -1)$
$V_f = [-1, \rightarrow\rangle$
b $f'(x) = -6x + 12$
Synker: $\langle 2, \rightarrow\rangle$
Stiger: $\langle \leftarrow, 2\rangle$
Toppunkt: $(2, 14)$
$V_f = \langle \leftarrow, 14]$
c $f'(x) = 3x^2 + 3x - 6$
Synker: $\langle -2, 1\rangle$
Stiger: $\langle \leftarrow, -2\rangle$ og i $\langle 1, \rightarrow\rangle$
Toppunkt: $(-2, 10)$
Bunnpunkt: $\left(1, -\frac{7}{2}\right)$
$V_f = R$
d $f'(x) = -3x^2 - 6x$
Synker: $\langle \leftarrow, -2\rangle$ og i $\langle 0, \rightarrow\rangle$
Stiger: $\langle -2, 0\rangle$
Toppunkt: $(0, 4)$
Bunnpunkt: $(-2, 0)$
$V_f = R$
e $f'(x) = x^2 + 2x$
Synker: $\langle -2, 0\rangle$
Stiger: $\langle \leftarrow, -2\rangle$ og i $\langle 0, \rightarrow\rangle$
Toppunkt: $\left(-2, \frac{10}{3}\right)$
Bunnpunkt: $(0, 2)$
$V_f = R$
4.18 6,4 meter
4.19 b 3888 cm³
4.20 a 1 262 2 274
b Grafen er brattere for $x = 400$ enn for $x = 200$.
Kostnaden ved å øke produksjonen med én enhet er 262 kr når det produseres 200 enheter og 274 kr når det produseres 400 enheter.
4.21 a $I'(2000) = 22$ $I'(4000) = 14$
Inntektsøkningen ved å øke salget med én enhet er 22 kr når salget er 2000 enheter og 14 kr når salget er 4000 enheter.
b $K'(2000) = 16$ $K'(4000) = 20$
Kostnaden ved å øke produksjonen med én enhet er 16 kr når det produseres 2000 enheter og 20 kr når det produseres 4000 enheter.
c 1 Ja, fordi $I'(2000) > K'(2000)$ 2 Nei, fordi $I'(4000) < K'(4000)$
d 3000 enheter
$I'(3000) = 18$ $K'(3000) = 18$
4.22 $O(x) = I(x) - K(x) = -0{,}15x^2 + 75x - 2000$
250 enheter
4.23 a Ca. 8 m/s
Tangenten til grafen har større stigningstall etter 5 s enn etter 4 s.
b 33 m/s
4.24 a 4,9 m/s b 9,8 m/s

4.25 a 7,36 m/s **b** 8,70 m/s
4.26 a 2,5 m/s^2
Stigningstallet til tangenten til grafen er mindre etter 2 s enn etter 1 s.
b 7,0 m/s^2
4.27 a 4,9 m/s^2 **b** 6,5 m/s^2
4.28



4.29 a Hul side ned: ⟨←, 1⟩, hul side opp: ⟨1, →⟩
b Hul side ned: ⟨1, 2⟩, hul side opp: ⟨←, 1⟩ og i ⟨2, →⟩
c Hul side ned: ⟨–2, 2⟩, hul side opp: ⟨←, –2⟩ og i ⟨2, →⟩
4.30 a f vokser i ⟨0, 2⟩. f minker i ⟨←, 0⟩ og i ⟨2, →⟩.
b $f'(x)$ vokser i ⟨←, 1⟩. $f'(x)$ minker i ⟨1, →⟩.
c



4.31 a (7, 1,28)
b Vektøkningen er minst etter 7 uker.
c $y = 0{,}035x + 1{,}034$
4.32 a $4x + 3$ **b** $9x^2 - 8x$ **c** $-4x^3 + 4x$ **d** $\frac{5}{2}\sqrt{x^3}$

4.33 a $-\frac{1}{(2x+1)^2}$ **b** $\frac{4}{x^2}$ **c** $-\frac{2(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$ **d** $-\frac{1}{(x-1)^2}$

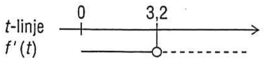
4.34 a $-\frac{2}{x^3}$ **b** $-\frac{4}{x^5}$ **c** $-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

4.35 4 m/s
4.36 a $10(2x + 1)^4$ **b** $4(12x^3 + 4x)(3x^4 + 2x^2 + 3)^3$ **c** $\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$ **d** $-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

4.37 a $4(1 + \frac{1}{x^2})(x - \frac{1}{x})^3$ **b** $\frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ **c** $-\frac{12}{(3x-1)^5}$ **d** $-\frac{x}{(1+x^2)^{3/2}}$

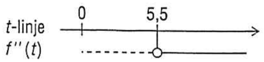
4.38 b $\frac{20}{3}$ **c** $\frac{20}{3}$ $\frac{20}{\sqrt{3}}$ $\frac{40}{3}$

Vinklene er 30°, 60° og 90°, for den korteste kateten er halvparten av hypotenusen.
4.39 a $f'(2) = 184$
$f'(6) = -74$
Etter 2 år øker folketallet med 184 per år. Etter 6 år avtar folketallet med 74 per år.
b



Folketallet vokser i ca 3,2 år, for så å avta. Folketallet er størst etter 3,2 år.

c



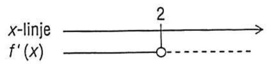
Veksten er avtakende for $t < 5{,}5$ og økende for $t > 5{,}5$. Etter 5,5 år er befolkningsreduksjonen størst.

4.40 a $2e^{2x}$ $f'(x) > 0$ i hele R
b $(4x-3)e^{2x^2-3x}$ $f'(x) < 0$ i $\left\langle \leftarrow, \frac{3}{4} \right\rangle$
$f'(x) > 0$ i $\left\langle \frac{3}{4}, \rightarrow \right\rangle$
c $-10xe^{-x^2}$ $f'(x) > 0$ i ⟨←, 0⟩
$f'(x) < 0$ i ⟨0, →⟩

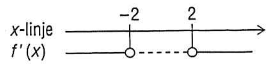
d $2e^x(e^x - 4)$ $f'(x) < 0$ i ⟨←, ln 4⟩
$f'(x) > 0$ i ⟨ln 4, →⟩
e $e^{-x}(1-x)$ $f'(x) > 0$ i ⟨←, 1⟩
$f'(x) < 0$ i ⟨1, →⟩
f $\frac{2e^{2x}}{(1-e^{2x})^2}$ $f'(x) > 0$ i hele R unntatt 0
4.41 a ln 2
d Bunnpunkt: (0, –1)
c $(-\ln 2, -\frac{3}{4})$
$f'(x)$ har sin laveste verdi.
4.42 a 1 $f'(x) = 1000 \cdot \ln 1{,}20 \cdot 1{,}20^x = 182 \cdot 1{,}20^x$
$f'(x) > 0$ i hele R
2 $f'(x) = 3000 \cdot \ln 0{,}88 \cdot 0{,}88^x = -384 \cdot 0{,}88^x$
$f'(x) < 0$ i hele R
b $M'(60) = -0{,}375$
$M'(180) = -0{,}290$
Etter henholdsvis 60 og180 minutter avtar fyllingsfarten med 0,375 og 0,290 kg per minutt.
4.43 a $\frac{1}{x}$ $f'(x) > 0$ for $x > 0$
b $\frac{2(\ln x - 1)}{x}$ $f'(x) < 0$ for $0 < x < e$
$f'(x) > 0$ for $x > e$
c $\frac{2(x+1)}{x(x+2)}$ $f'(x) < 0$ for $x < -2$
$f'(x) > 0$ for $x > 0$
d $-\frac{2x}{(2-x)(2+x)}$ $f'(x) > 0$ for $-2 < x < 0$
$f'(x) < 0$ for $0 < x < 2$
e $\ln x + 1$ $f'(x) < 0$ for $0 < x < \frac{1}{e}$
$f'(x) > 0$ for $x > \frac{1}{e}$
f $\frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$ $f'(x) < 0$ for $0 < x < 1$ og for $1 < x < e$
$f'(x) > 0$ for $x > e$

4.44 a $\frac{1}{e^2}$ og e^2 **b** $f'(x) = \frac{2\ln x}{x}$ Bunnpunkt: (1, –4) **c** (e, –3)
4.A a 3 **b** $2x$ **c** $6x$
4.B b $\frac{t}{2}$
c $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{2}$ Etter 3 minutter øker høyden med 1,5 cm per minutt. Etter 5 minutter øker høyden med 2,5 cm/minutt.

4.C a $f'(x) = -x + 2$



Grafen synker i ⟨2, →⟩. Grafen stiger i ⟨←, 2⟩. Toppunkt: (2, 5)
b $f'(x) = x^2 - 4$

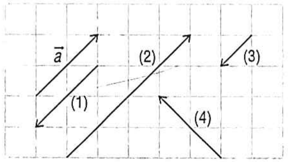


Grafen synker i ⟨–2, 2⟩. Grafen stiger i ⟨←, –2⟩ og i ⟨2, →⟩.
Toppunkt: $\left(-2, \frac{16}{3}\right)$ Bunnpunkt: $\left(2, -\frac{16}{3}\right)$

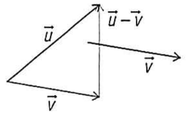
4.D a $-0{,}02x + 0{,}3$ b 4,45 m
4.E a 50 70
Kostnaden øker med 50 kr/enhet når produksjonen er 500 enheter. Inntekten øker med 70 kr/enhet når produksjonen er 500 enheter.
b 58 38
Kostnaden øker med 58 kr/enhet og inntekten øker med 38 kr/enhet når produksjonen er 700 enheter.
c I a lønner det seg å øke produksjonen.
I b lønner det seg å redusere produksjonen.
d 600 e 32 000
4.F a $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ $f''(x) = x + 2$
b Hule siden opp i $\langle -2, \rightarrow \rangle$ Hule siden ned i $\langle \leftarrow, -2 \rangle$
Vendepunktet: $\left(-2, \frac{8}{3}\right)$
c -2 $f'(x)$ har minimalverdi. Grafen til $f(x)$ synker raskest mot høyre.
d $y = -2x - \frac{4}{3}$
4.G $\dfrac{-500p^2 + 450\,000}{(p^2+900)^2}$
Størst inntekt 8300 kr med pris 30 kr.
4.H a $5e^{5x}$ b $xe^{-x}(2-x)$ c $2x(\ln(x^2-4)+1)$
4.I a Nullpunkt: 2 Toppunkt: (1 , e) b 0 Funksjonen stiger raskest. c $y = x + 2$
4.J a 50,1 12,5
Poloniummengden er 50,1 mg etter 3 min og 12,5 mg etter 9 min.
b $-11{,}5$ $-2{,}9$
Poloniummengden minker med 11,5 mg/min etter 3 min, og med 2,9 mg/min etter 9 min.
c 3,0 Halveringstiden er 3,0 min.
5.1 a $U = \{KK, KM, MK, MM\}$ $P(KK) = P(KM) = P(MK) = P(MM) = \frac{1}{4}$
b $U = \{A, B, AB, 0\}$ $P(A) = 0{,}48$, $P(B) = 0{,}08$, $P(AB) = 0{,}04$, $P(0) = 0{,}40$
c Uniform i a, ikke uniform i b
5.2 a $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ b 0,12 0,52
5.3 a $\frac{1}{4}$ b $\frac{3}{4}$ c $\frac{1}{13}$ d $\frac{12}{13}$ e $\frac{1}{2}$ f $\frac{1}{2}$
5.4 a $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$
5.5 a $\frac{4}{13}$ b $\frac{1}{2}$ c $\frac{2}{13}$ d $\frac{17}{26}$
5.6 nei
5.7 a disjunkte $\frac{5}{6}$ b ikke disjunkte 1 c ikke disjunkte $\frac{2}{3}$ d disjunkte 1
5.8 a $\frac{11}{36}$ b $\frac{25}{36}$ c $\frac{5}{18}$ d $\frac{13}{18}$ e $\frac{17}{36}$
5.9 a 48,6 % b 95,6 % c 95,9 %
5.10 a $\frac{1}{3}$ b $\frac{2}{5}$
5.11 a 0,6 % b 93,2 % c 50,5 %
5.12 b 6 8 c $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ d $\frac{3}{4}$
5.13 a $\frac{3}{10}$ $\frac{1}{10}$ b $\frac{9}{10}$ c $\frac{1}{3}$
5.15 a Uavhengige b Avhengige c Avhengige d Uavhengige
5.17 a $\frac{3}{28}$ b $\frac{15}{56}$ c $\frac{3}{8}$
5.18 a 53 % b 20 %
5.20 a 92,0 % b 1 77,9 % 2 20,3 % c Nei

5.21 a $\frac{1}{2}$
5.23 0,15
5.24 $\frac{3}{4}$
5.25 $\frac{1}{3}$
5.26 a 1 99,8 % 2 86,3 % 3 6,0 %
5.27 72
5.28 4096
5.29 a 812 b 21 924 c 570 024
5.30 648
5.31 a 72
5.32 a 1 BB , BR , BH , RB , RR , RH , HB , HR , HH 2 BR , BH , RB , RH , HB , HR
b 1 B og B , B og R , B og H , R og R , R og H , H og H 2 B og R , B og H , R og H
5.33 b 216 c 7776
5.34 a 1 048 576 b 0,000095 % c 0,39 %
5.35 $1{,}71 \cdot 10^{18}$
5.36 $8{,}72 \cdot 10^{10}$
5.37 a 0,83 %
b Det er svært usannsynlig at Sigurd klarer alle colatypene bare ved å tippe. Det er derfor rimelig å tro at han kan smake forskjell.
5.38 a 15 b 20 c 15 d 6
5.39 a 5040 b 210 c 210
5.40 4060
5.41 66
5.42 2 598 960
5.43 a 36 b 120
5.44 2,6 %
5.45 a 53 130 b 252 c 0,47 %
5.46 a 35,0 % b 15,9 % c 65,0 %
5.47 a 12 600 b 23,7 %
5.48 0,20 %
5.49 a SFSFF , SFFSF , FSSFF , FSFSF , FSFFS , FFSSF , FFSFS , FFFSS
b 1,6 % samme sannsynlighet c 16,1 %
5.50 10
5.51 a 0,054 % samme sannsynlighet b 252 c 13,7 %
5.53 a 20,5 % b 24,6 % c 20,5 %
5.54 a 13,4 % b 27,1 % c 27,2 % d 32,3 %
5.A a 87,9 % b 27,5 % c 37,9 % d 23,5 % e 88,9 %
5.B a 20,3 % b 98,0 %
5.C a 6 497 400 b 1 17 160 2 685 464
c 1 0,26 % 2 10,5 % Kortene må være godt stokket
5.D a 38,2 % b 61,8 % c 29,4 %
5.E a 1140 b $3{,}56 \cdot 10^{14}$
5.F a $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ b $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ c 0,019
6.1 12 N, rett mot høyre
6.2 69 N
6.3 $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BA}$ $\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CA}$ $\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{CB}$
6.4 a $\overrightarrow{BA}$ og $\overrightarrow{CD}$ b $\overrightarrow{DA}$ og $\overrightarrow{CB}$ c $\overrightarrow{BC}$ og $\overrightarrow{AD}$

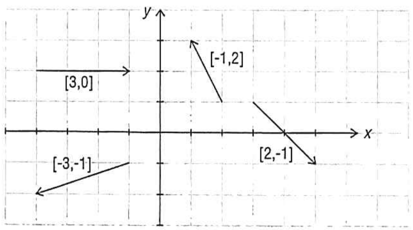
6.5



6.6 a $\overrightarrow{OB}$ og $\overrightarrow{OA}$ er ensrettet, og $\overrightarrow{OB}$ er dobbelt så lang som $\overrightarrow{OA}$.
b $\overrightarrow{OC} = 2{,}5\vec{v}$ $\quad \overrightarrow{OD} = 4\vec{v}$ $\quad \overrightarrow{OE} = -2\vec{v}$ $\quad \overrightarrow{CE} = -4{,}5\vec{v}$
6.7 a 70° b 180° 0°
6.10 b $m\vec{u} + m\vec{v}$
6.11 a $\vec{0}$ b $2\overrightarrow{AC} = 2\vec{u} + 2\vec{v}$
6.12 $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST}$ $\quad \overrightarrow{TR} = \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SR}$ $\quad \overrightarrow{TS} = \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{RS}$ $\quad \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RT}$
6.13 2300 m
(Den største vinkelen i trekanten er 135°.)
6.14



6.16 a $\overrightarrow{BC}$ b $\overrightarrow{CB}$
6.17 8,7 cm og 5 cm
6.18 6000 N 8770 N 17 300 N
Draget blir svært stort.
6.19 30 26,0 19,3 −15 −26,0 −30
6.20 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot\vec{c} + \vec{b}\cdot\vec{c}$
6.21 a 300 J b 260 J c 150 J d −260 J
6.22 a −6 b 9 c 0 $\vec{a} \perp (\vec{a}+1{,}5\vec{b})$
6.23 a 73,7° b 64 8
6.24 $\vec{a} = [1{,}5 , 2]$ $\quad \vec{b} = [2 , -0{,}5]$ $\quad \vec{c} = [-1{,}5 , -1]$ $\quad \vec{d} = [0 , 2]$
6.25 $\overrightarrow{AB} = [2{,}5 , -2{,}5]$ $\quad \overrightarrow{CD} = [-2 , -1]$
6.26 a [2 , 2] b [9 , −1] c [8 , 0] d [−8 , −2]
6.27



6.28 a [3 , 2] b $\frac{2}{3}$ c Stigningstallet er y-koordinaten dividert med x-koordinaten. d $\frac{b}{a}$
6.29 a [4 , 3] b [−1 , −5] c [−2 , 0] d [0 , 5]
6.30 $\vec{e}_x \perp \vec{e}_y$
6.31 a [3 , 0] b [−1 , −6] c [−5 , −10] d $[-\frac{3}{2} , 3]$

6.32 (0 , 3)
6.33 a $x = 1$ $\quad y = 1$ b $x = 2$ $\quad y = -1$
c $x = 6$ $\quad y = -5$ d $x = \frac{1}{2}$ $\quad y = -\frac{1}{3}$
6.34 a Nei, fordi ingen k-verdi passer i likningen $[2 , -3] = k[-4 , 5]$
b Ja, fordi $[9 , -21] = -3 \cdot [-3 , 7]$
6.35 b Nei
6.36 b 1 Ja, $t = \frac{1}{3}$ 2 Nei
6.37 $[5 , 4] \cdot [4 , -5] = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD}$
Dette skalarproduktet er null fordi $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OD}$
6.38 a 11 b −12
6.39 5 13 25
6.40 $\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{2}$
6.41 a 5 $3\sqrt{5}$ 26,6°
b $\sqrt{13}$ $\sqrt{5}$ 7,1°
6.42 a 36,9° 71,6° 71,5°
b 53,1° 63,4° 63,5°
6.43 a [1 , 2] og [2 , −1] 90°
b [2 , 3] og [1 , −1] 78,7°
c $[1 , \sqrt{3}]$ og [0 , 1] 30°
6.44 $\vec{r} \perp \vec{u}$
6.45 $[a , b] \cdot [b , -a] = ab + b \cdot (-a) = 0 \quad \Rightarrow [a,b] \perp [b,-a]$
6.46 Ja $B = 90°$
6.47 F.eks [−5 , 2] og $\left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$
6.48 F.eks. $[-b , a]$
6.49 $t = -3$
6.52 $x = -2t + 2$ $\quad y = t + 3$
6.53 a $x = t$ $\quad y = 2t - 2$ b $x = 2t - 3$ $\quad y = 3t$
c $x = t + 3$ $\quad y = 2t + 4$ d $x = t$ $\quad y = 3$
6.54 4
6.55 [−3 , 2] $-\frac{2}{3}$
6.56 a (1 , 0) (0 , −2) b (−3 , 0) $(0 , \frac{9}{2})$
c (1 , 0) (0 , −2) d Skjærer ikke x-aksen (0 , 3)
6.57 a (0 , −1), (−0,45 , 0) og (4,45 , 0) b (0 , 0,5), (−0,16 , 0) og (6,16 , 0)
6.58 a (−1 , 3) b (1 , 2) c (5 , 0) d (−1 , 3) (−11 , 8)
6.59 Øker med 1. For hver omdreining øker telleren i brøken $\frac{t}{360}$ med 360, og da øker brøken med 1.
Skjæringspunktene med den positive x-aksen blir 1, 2, 3, …
6.B a Fordi $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}$
b 1 60° 2 135° 3 120°
c 1 $\overrightarrow{AC}$ 2 $\overrightarrow{AB}$
d 1 $\overrightarrow{BD}$ 2 $\overrightarrow{AC}$
6.C a 5 m/s b 53°
6.D a 1 15,7 2 −15,7
b 1 52,1° 2 127,9°
c 1 37,5 kJ 2 53 kJ
6.E a [4 , 0] [6 , 5]
b F.eks. $\overrightarrow{AC} = [6 , 5]$ Stigningstall: $\frac{5}{6}$

6.F **a** **1** [6 , 2] **2** [–11 , –2]
b $x = 2$ $y = -9$
c **1** 25 **2** –1

6.G **a** $2\sqrt{10}$ 5 **b** 26 34,7° **c** 6
d Bare $s = 0$. Det gir løsningen $[-2s, 3s] = \vec{0}$, som er vinkelrett på alle vektorer.

6.H **a** F.eks. $x = 4t + 7$ $y = 3t + 3$ **b** 1 (med parameterframstillingen i a)
c Nei **d** (11 , 6)
e F.eks. $x = 2t - 3$ $y = t + 5$

7.1 **a** 100
Antall liter vann i beholderen etter 15 minutter
b **1** 50 liter **2** 87,5 liter **3** 100 liter

7.2 **b** 18. Antall tusen bakterietallet har økt med fra 0 til 6 timer.

7.3 **a** 2,17 **b** 0,95 **c** 19,09 **d** 1,55 **e** 1,30 **f** 1,87

7.4 **b** 157,07. Arealet under grafen og over x-aksen **c** 50π

7.5 **a** $x^2 - x + C$ **b** $x^3 - x^2 + 4x + C$ **c** $\frac{1}{30}x^3 - 0{,}1x^2 + C$
d $12x + C$ **e** $-5x + C$ **f** C

7.6 $0{,}1x^2 + 100x + 10\,000$

7.7 **a** $\frac{1}{3}x^3 + 3x + C$ **b** $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 4x + C$ **c** $-\frac{1}{x} + C$ **d** $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 3x + C$

7.8 **a** $\frac{1}{6}t^3 + 10t$ **b** 96 m

7.9 **a** $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ **b** $-\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{3}{2}x^2 + C$ **c** $-\frac{2}{5}e^{-2,5x} - 5x + C$
d $2x^4 - \frac{4}{3}x^3 + C$ **e** $10\ln|x| + C$ **f** $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$

7.10 **a** $\frac{1}{2}x^2 + 3x + C$ **b** 20 **c** 4 **d** 24

7.11 **a** 16 **b** 16 **c** $2e^2 - 2e^{-2} + 4 \approx 18{,}5$

7.12 $\ln 3 \approx 1{,}1$

7.13 2,76

7.14 **a** –6 **b** 24 **c** $3e - 3e^{-2} + 6$ **d** $3\ln 3$ **e** $e - e^{-2} + \frac{9}{2}$ **f** 24

7.15 **a** $2\,300\,000t + 4\,800\,000 \cdot e^{-0{,}25t}$ **b** $1{,}6 \cdot 10^7$ liter
Legg merke til at årene 2002–2010 er 9 år når vi starter i begynnelsen av 2002 og slutter når 2010 er slutt!

7.16 **a** $\ln 4 \approx 1{,}4$
b $e^2 - \frac{1}{e} \approx 7{,}0$

7.17 0

7.18 **a** 8 **b** 0

7.19 **a** (1 , 2) (3 , 2) **b** $\frac{8}{3}$

7.A 31 $(= 0{,}5 \cdot 13 + 0{,}5 \cdot 14 + 0{,}5 \cdot 16 + 0{,}5 \cdot 19)$

7.B **a** 56 Tilbakelagt strekning i løpet av 4 sekunder etter at bremsingen startet
b Nei, bremsestrekningen er 63 m.

7.C **a** Etter 1,8 s og 3,2 s **b** Etter 2,5 s
c 2240 Antall m^3 vann som har strømmet inn i løpet av 4 timer.

7.D **b** 3,8 dager **c** 290,6 291 personer ble smittet første uka.

7.E **b** 22 802,8 Bedriften vil produsere ca. 23 000 enheter de to første årene.

7.F **a** 6 **b** –1,5

7.G 5

MATEMATIKK 2MX –
UTDRAG FRA LÆREPLANEN

Fra kapittel 1: Generell informasjon

I mange fag er matematikk et viktig hjelpemiddel, og ofte er det de samme matematiske metodene som dukker opp i helt ulike sammenhenger. En økonom som regner ut hvilken salgspris som gir størst fortjeneste, bruker de samme matematiske begrepene og teknikkene som en astronom som regner ut hastigheten til en komet, eller en arkeolog som beregner alderen til et gravfunn fra oldtiden. Matematikkens evne til å skape generelle metoder som kan brukes i ulike situasjoner, er en av hovedårsakene til fagets anvendelighet.

Matematikk er et ferdighetsfag der teknikker og metoder må øves inn. Det matematiske formelspråket gjør det mulig å framstille kompliserte sammenhenger på en oversiktlig måte, men behersker man ikke de grunnleggende regnereglene, er formlene til liten hjelp. Regning med parenteser, brøkuttrykk, potenser og rottegn er en nødvendig forutsetning for nesten alle nyttige og interessante anvendelser av matematikken. Og det er ikke nok å regne riktig, vi må også resonnere riktig. Når vi arbeider med matematikk, bruker vi språket på en mer presis måte enn i dagliglivet, og vi stiller strengere krav til den logiske oppbygningen. I matematikken godtas ikke et nytt resultat før det er bevist. I skolematematikken kan ikke alt bevises fra bunnen av, men det er viktig at lærestoffet bygges opp slik at elevene får en forståelse for den logiske strukturen og blir kjent med noen enkle, men slående bevis.

Matematikk studieretningsfag

Denne læreplanen omfatter studieretningsfaget matematikk 2MX. 2MX har 187 årstimer.

Studieretningsfagene 2MX og 3MX er primært beregnet for elever som ønsker å arbeide videre med matematikk innenfor områder som f.eks. naturvitenskap, teknologi, datafag, undervisning og økonomi. Fagene gir det idémessige og regnetekniske grunnlaget for videre arbeid både med matematikk og med fag der matematikk er et naturlig redskap.

Kapittel 2: Mål og hovedmomenter

De to første målene angir generelle ferdigheter og kunnskaper som skal etterstrebes gjennom hele opplæringen, mens de øvrige målene beskriver de matematiske emnene som skal behandles. De to første målene er de samme for alle fagene.

Mål 1: Kultur, språk og kommunikasjon
Elevene skal kunne tolke og formidle matematisk informasjon på muntlig, skriftlig og grafisk form. De skal kunne gjennomføre matematiske resonnementer, ha innblikk i matematikkens historie, og kjenne til noe av fagets betydning for samfunns- og kulturliv.

Hovedmomenter:
Elevene skal

1a kunne samtale og samarbeide om matematiske spørsmål og kunne presentere og begrunne egne oppgaveløsninger og undersøkelser

1b kunne lese og forstå en enkel matematisk tekst, gjøre rede for innholdet og bruke det i oppgaveløsing