LØSNINGSFORSLAG STATØK VÅR 2015

OPPG. 1.

a) Ordnet u/ tilbakelegg

$$_{20}P_5 = \underline{\underline{1860480}}$$

b) $P(X=7) = \binom{10}{7} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \underline{\underline{0{,}00309}}$

c) $P(\text{Ingen feil}) = \dfrac{\binom{91}{2}}{\binom{105}{2}} = \underline{\underline{0{,}75}}$

$P(\text{Minst 1 feil}) = 1 - P(\text{Ingen}) = 1 - 0{,}75 = \underline{\underline{0{,}25}}$

d) $2^6 - 1 = 63$

OPPG. 2.

a) Vi skal "bevise" at flere enn 10% av kulelene er misformøyde :

H_0 : $p \leq 0,1$

H_1 : $p > 0,1$ ← Vår påstand

$X \sim bin(n,p)$ Her $X \sim bin(400, 0,1)$

b) Normaltilnærming, Z-test av binomisk p

5% signifikans

Ensidig (høyresidig) test gir $Z_{0.05} = 1,645$

Forkast H_0 hvis $Z > 1,645$

$$Z = \frac{X - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}} = \frac{53 - (400 \cdot 0,1)}{\sqrt{400 \cdot 0,1 \cdot 0,9}} = \underline{2,16}$$

$2,16 > 1,645$

Vi forkaster H_0 på 5% nivå

OPPG. 3.

a) $X \sim N(3000, 400)$

$$P(X > 4000) = P\left(Z > \frac{4000-3000}{400} = 2{,}5\right)$$

$$P(Z > 2{,}5) = 1 - P(Z \leq 2{,}5) = 1 - G(2{,}5)$$

$$= 1 - 0{,}9938 = \underline{\underline{0{,}0062}}$$

b) $$P(2600 \leq X \leq 3400) = P\left(\frac{2600-3000}{300} < Z < \frac{3400-3000}{300}\right)$$

$$P(-1 < Z < 1) = G(1) - G(-1) =$$

$$0{,}8413 - 0{,}1587 = \underline{\underline{0{,}6826}}$$

c) $\bar{X} = 3200$ $\sigma = 400$ $n = 9$

H_0 : $\mu \leq 3000$ (Som før)

H_1 : $\mu > 3000$

Sig. nivå 5%. Høyresidig test. $z_{0,05} = 1{,}645$

Forkast H_0 hvis $Z > 1{,}645$

$$Z = \frac{3200 - 3000}{\frac{400}{\sqrt{9}}} = 1{,}5$$

$1{,}5 < 1{,}645$. <u>Ingen grunn til å forkaste H_0</u>

OPPG. 3.

d) p-verdi = p("Dette resultat eller verre gitt at H_0 er rett")

Her: beregnet Z-verdi = 1,5

$$p\text{-verdi} = p(Z > 1{,}5) = 1 - G(1{,}5)$$

$$= 1 - 0{,}9332 = \underline{\underline{0{,}0668}}$$

e) σ^2 ukjent, vi må estimere S^2:

$$\bar{X} = \frac{1}{5}(3200 + 3000 + 3200 + 3600 + 3000) = 3200$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{4}\left[(3200-3200)^2 + (3000-3200)^2 + (3200-3200)^2 + (3600-3200)^2 + (3000-3200)^2\right]$$

$$S^2 = \frac{1}{4} \cdot 240000 = 60000$$

$$S = \sqrt{60000} = 244{,}95$$

T-intervall: $k = n-1 = 5-1 = 4$

95% konfidensnivå: $(1-2\alpha) = 95\% \Rightarrow \alpha = 2{,}5\%$

$$t_{0{,}025} = 2{,}7763$$

$$\mu = \left[\bar{X} \mp t_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}\right] = \left[3200 \mp 2{,}7763 \cdot \frac{244{,}95}{\sqrt{5}}\right]$$

$$\underline{\underline{\mu = [2896{,}5,\ 3503{,}4]}}$$

OPPG. 4.

a) Kostnadsoptimum = Laveste enhetskostnad

$$SEK = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}125x^2 + 22x + 1800}{x}$$

$$SEK = 0{,}125x + 22 + \frac{1800}{x}$$

$$\frac{\partial SEK}{\partial x} = 0{,}125 - \frac{1800}{x^2} = 0$$

Alternativt sette $K'(x) = SEK$

$$0{,}125x^2 = 1800$$

$$\underline{x = \pm 120}$$

Optimum for $x = 120$

$$SEK(120) = 0{,}125(120) + 22 + \frac{1800}{120} = \underline{52}$$

b) $I(x) = p(x) \cdot x = (1000 - x) \cdot x = -x^2 + 1000x$

Profitt = Inntekt − Kostnad

$$\Pi(x) = I(x) - K(x)$$

$$= -x^2 + 1000x - (0{,}125x^2 + 22x + 1800)$$

$$= -1{,}125x^2 + 978x - 1800$$

Max profitt : $\Pi'(x) = 0$

Alternativt sette $I'(x) = K'(x)$

$$-2{,}25x + 978 = 0$$

$$x = 434{,}6 \approx \underline{435}$$

OPPG. 4.

b) forts.

$$\Pi(435) = -1{,}125(435)^2 + 978(435) - 1800$$

$$= \underline{\underline{210751{,}9}}$$

OPPG. 5.

a) $AK = OM - KG = 2640 - 1040 = \underline{\underline{1600}}$

$$LGI = \frac{OM}{KG} = \frac{2640}{1040} \approx \underline{\underline{2{,}54}}$$

$$EK_r = \frac{\text{Res. e. skatt}}{\text{Snitt EK}} = \frac{600}{\left(\frac{5970+5970}{2}\right)} \approx 0{,}1 \approx \underline{\underline{10\%}}$$

$$TK_r = \frac{\text{Driftsresultat + Finansinntekt}}{\text{Snitt Totalkapital}} = \frac{2100+0}{\left(\frac{11690+11160}{2}\right)} \approx 0{,}18 = \underline{\underline{18\%}}$$

$$\text{Res.margin} = \frac{\text{Årsresultat}}{\text{Driftsinntekt}} = \frac{600}{9800} \approx 0{,}061 = \underline{\underline{6{,}1\%}}$$

$$\text{Driftsmargin} = \frac{\text{Driftsresultat}}{\text{Driftsinntekt}} = \frac{2100}{9800} \approx 0{,}2143 = \underline{\underline{21{,}4\%}}$$

b) Dekningsbidrag = Inntekt − Variable kostnader

$$= 9800 - 2500 - 2000 = 5300$$

$$\text{Dekningsgrad} = \frac{\text{Dekningsbidrag}}{\text{Inntekt}} = \frac{5300}{9800} \approx 0{,}5408 = \underline{\underline{54{,}1\%}}$$

$$\text{Nullpunktomsetning} = \frac{\text{Faste kostnader}}{\text{Dekningsgrad}} = \frac{(3200+500+1000)}{0{,}54} \approx \underline{\underline{8703}}$$

Sikkerhetsmargin = Virkelig oms − Nullpunktoms = $9800 - 8703 = \underline{\underline{1097}}$

OPPG. 6

a)

	0	1	2	3	4
Investering	−1300'				+300'
Kostnader		−150'	−150	−150	−150'
Inntekter		+552,5'	+552,5'	552,5'	+552,5
Netto	−1300'	402,5'	402,5'	402,5'	702,5

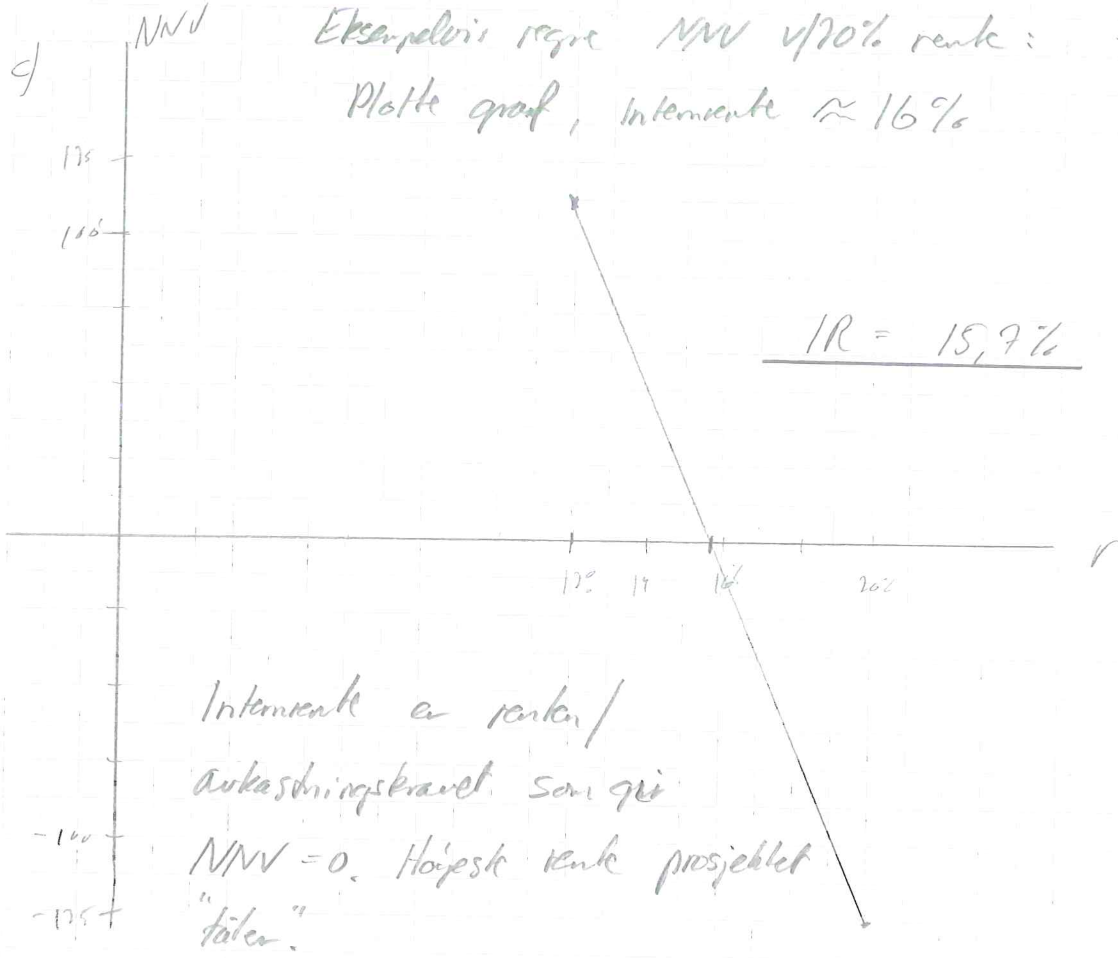
b) Netto nåverdi m/ 12%:

$$-1300' + \frac{402,5'}{1,12} + \frac{402,5'}{1,12^2} + \frac{402,5'}{1,12^3} + \frac{702,5'}{1,12^4} = \underline{\underline{113\,189}}$$

Ja, med positiv Nåverdi er denne lønnsom.

c) Eksempelvis regne NNV v/20% rente: −113 358

Plotte graf, Internrente ≈ 16%



$\underline{IR = 15,7\%}$

Internrente er renten/avkastningskravet som gir NNV = 0. Høyeste rente prosjektet "tåler".

OPPG 7

a)

Firma 1 \ Firma 2	P1	P2	P3
P1	-7/-5	3/8	5/2
P2	10/6	-6/-6	9/2
P3	3/5	4/7	-5/7

Nashlikevekter er $\{P_2, P_1\}$ og $\{P1, P2\}$

Gitt den andres valg (holdes fast) ønsker ingen å endre.

b) $p = p(\text{Firma 1 spiller } P_1)$

$q = p(\text{Firma 2 spiller } P_1)$

Firma 1 vil ikke spille P3
Firma 2 vil ikke spille P_3
Dominert

$$p\cdot(-5) + (1-p)\cdot 6 = p(8) + (1-p)\cdot -6$$

$$-5p + 6 - 6p = 8p - 6 + 6p$$

$$-5p - 6p - 8p - 6p = -6 - 6$$

$$-25p = -12$$

$$p = \frac{12}{25}$$

$$q(-7) + (1-q)\cdot 3 = q(10) + (1-q)\cdot -6$$

$$-7q + 3 - 3q = 10q - 6 + 6q$$

$$-7q - 3q - 10q - 6q = -6 - 3$$

$$-26q = -9$$

$$q = \frac{9}{26}$$

c) $\Pi_1(x_1, x_2) = (400 - x_1 + x_2)x_1 - 40x_1$

$= 400x_1 - x_1^2 + x_1x_2 - 40x_1$

$\underline{\underline{= 360x_1 - x_1^2 + x_1x_2}}$

Tilsvarende for $\Pi_2(x_1, x_2) = 360x_2 - x_2^2 + x_1x_2$

d) $\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} = 360 - 2x_1 + x_2 = 0$

$-2x_1 = -360 - x_2$

$\underline{\underline{I: x = 180 + \frac{x_2}{2}}}$

Tilsvarende for $\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} = 0$

$\underline{\underline{II: x_2 = 180 + \frac{x_1}{2}}}$

Likevekt $II \to I$:

$x_1 = 180 + \frac{1}{2}(180 + \frac{x_1}{2})$

$x_1 = 180 + 90 + \frac{1}{4}x_1$

$\frac{3}{4}x_1 = 270$

$\underline{\underline{x_1 = 360 = x_2}}$ pga symmetri