

# Statølk - Mai 2013

## Oppgave 1

N = leste nettsaviser

T = leste trykte aviser

$$P(N) = 0,49$$

$$P(T) = 0,55$$

$$P(N \cap T) = 0,27$$

$$P(N|T) = \frac{P(N \cap T)}{P(T)} = \frac{0,27}{0,55} = 0,491$$

$$P(T|N) = \frac{P(N \cap T)}{P(N)} = \frac{0,27}{0,49} = 0,551$$

a)

$$P(\bar{N} \cap \bar{T}) = 1 - P(N \cup T)$$

$$= 1 - (P(N) + P(T) - P(N \cap T))$$

$$= 1 - (0,49 + 0,55 - 0,27) \quad (3p)$$

$$= 1 - 0,77 = \underline{0,23}$$

b)  $P(N \cap \bar{T}) = P(\bar{T}|N) \cdot P(N)$

$$= (1 - P(T|N)) \cdot P(N) \quad (5p)$$

$$= (1 - 0,551) \cdot 0,49 = \underline{0,22}$$

## oppgave 2

$M_1$  = bilmotor er laget i fabrikk 1

$M_2$  = bilmotor er laget i fabrikk 2

$A$  = bilmotor er defekt

$$P(A | M_1) = 0,02$$

$$P(A | M_2) = 0,03$$

$$P(M_1) = 0,4$$

$$P(M_2) = 0,6$$

a)

$$P(M_1 | A) = \frac{P(M_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A | M_1) \cdot P(M_1)}{P(A)} = \frac{0,02 \cdot 0,4}{0,026}$$

$$= \underline{0,308}$$

$$P(A) = P(\text{bilmotor er defekt})$$

$$= P(A \cap M_1) + P(A \cap M_2)$$

$$= P(A | M_1) P(M_1) + P(A | M_2) P(M_2)$$

$$= 0,02 \cdot 0,4 + 0,03 \cdot 0,6$$

$$= 0,008 + 0,018 = 0,026$$

(5p)

∴ Sannsynligheten for at motoren er laget i fabrikk 1 er 30,8%

## Oppgave 2

$X$  = antall defekte bilmotorer

$$n = 2500$$

$$p = P(\text{bilmotor er defekt}) = 0,02$$

$$X \sim \text{bin}(n, p)$$

$$X \sim \text{bin}(2500, 0,02)$$

b)

$$P(X=0) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= \binom{2500}{0} 0,02^0 0,98^{2500} = \frac{1,16 \cdot 10^{-22}}{(5p)}$$

c)

$$P(X > 100) = 1 - P(X \leq 100)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{100} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{100} \binom{2500}{x} 0,02^x 0,98^{2500-x}$$

Dersom  $np \geq 5$  og  $n(1-p) \geq 5$  kan sannsynligheten  $P(X \leq d)$  beregnes via standardnormalfordelingen

$$P(X \leq d) \approx P\left(Z \leq \frac{d-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{d-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\mu = E(X) = n \cdot p = 50$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = np(1-p) = 49$$

$$\begin{aligned}
P(X > 100) &= 1 - P(X \leq 100) \\
&= 1 - P\left(Z \leq \frac{100 - 50}{\sqrt{49}}\right) \\
&= 1 - \Phi(7,14) \quad (5p) \\
&= 1 - 0,99999 \approx 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(X > 70) &= 1 - P(X \leq 70) \\
&= 1 - P\left(Z \leq \frac{70 - 50}{\sqrt{49}}\right) \\
&= 1 - \Phi(2,86) \\
&= 1 - 0,9979 = 0,0021
\end{aligned}$$

∴ Sannsynligheten for at fler enn 100 bilmotorer er defekte er lik 0

- " - fler enn 70 bilmotorer er defekte er lik 0,0021

### Oppgave 3

a) Hypotesetest av  $\mu_1 - \mu_2$  når  $\sigma_1 = \sigma_2 =$  ukjent  
→ uparrede grupper

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Forkaster  $H_0$  dersom  $|T| = \left| \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \right| > t_{\alpha, n+m-2}$

$$2\alpha = 0,05$$

$$\alpha = 0,025$$

$$n = m = 10$$

$$n+m-2 = 18$$

$$t_{\alpha, n+m-2} = t_{0,025, 18} = 2,1009$$

$$\bar{X}_1 = 18,3$$

$$\bar{X}_2 = 20,4$$

$$S_1^2 = 89,79$$

$$S_2^2 = 86,27$$

$$S^2 = \frac{1}{n+m-2} \left[ \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{X}_1)^2 + \sum_{j=1}^m (x_{2j} - \bar{X}_2)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{18} [ (9 \cdot 89,79) + (9 \cdot 86,27) ]$$

$$= \frac{1}{18} [ 808,11 + 776,43 ] = 88,03$$

$$S = \sqrt{S^2} = 9,382$$

(5p)

$$|T| = \left| \frac{18,3 - 20,4}{9,382 \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} \right| = 0,5 < 2,1009$$

∴ Vi kan ikke forkaste  $H_0$

(5)

### oppgave 3

$$b) \quad H_0: \mu_D = 0 \\ H_1: \mu_D \neq 0$$

Forkaster  $H_0$  dersom  $|T| > \left| \frac{\bar{X}_D - \mu_0}{S_D / \sqrt{n}} \right| > t_{\alpha, n-1}$

$$2\alpha = 0,05$$

$$\alpha = 0,025$$

$$n = 10$$

$$n-1 = 9$$

$$t_{\alpha, n-1} = t_{0,025, 9} = 2,2622$$

$$S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{0,9889} = 0,9944$$

(5 p)

$$|T| = \left| \frac{-2,1 - 0}{0,9944 / \sqrt{10}} \right| = 6,678 > 2,2622$$

D: Vi forkaster  $H_0$  og konkluderer med at  
gjennomsnittlig avstand med bil A er ulik  
gjennomsnittlig avstand med bil B

c) Testen utført i b) er den riktige. Den første  
testen krevder at utvalgene er uavhengig av  
hverandre, noe som selvsagt ikke er tilfelle  
Siden vi benytter de samme bilene.

(5 p)

(6)

## oppgave 4

a) Selvkostprinsippet: kalkulerer hva et produkt eller en ordre koster når alle kostnadene tas med.

Bidragprinsippet: kalkulerer hva et produkt eller en ordre koster når kun de variable kostnadene tas med. De faste kostnadene behandles som en periodekostnad

(5 p)

b) "Tilleggsatser =  $\frac{\text{Indirekte variable kostnader}}{\text{fordelingsgrunnlaget}}$ "

① Ind. variable produksjonskostn. =  $\frac{150\,000 \text{ kr}}{3000 \text{ t}} = 50 \text{ kr/t}$

② Ind. variable salgs- og adminkostn =  $\frac{35\,000 \text{ kr}}{1750\,000 \text{ kr}} = 0,02 = 2\%$

Direkte materialer: kr 1200 000  
+ Direkte lønn : kr 400 000  
+ Ind. variable prod.kostn. kr 150 000  
= Tilvirkningsmerkost kr 1750 000

← Tilvirkningsmerkost

(5p)

(7)

## oppgave 4

c) Tilleggs kalkyle etter bidragsprinsippet pr enhet

Direkte materialer (1200000 : 6000)	Kr 200,00
+ Direkte lønn (400000 : 6000)	Kr 66,67
+ Ind. variable prodkostn. (0,5 · 50)	Kr 25,00
= Tilvirkningsmerkost pr enhet	Kr 291,67
+ Ind. variable salgs- og adminkostn. (2%)	Kr 5,83
= Salgsmerkost pr enhet	Kr 297,50
	(5p)

d) Salgspris	Kr 2000,00
- Salgsmerkost pr enhet	Kr 297,50
= Dekningsbidrag	Kr 1702,50
	(5p)



## oppgave 4

e) Resultatregnskapet etter bidragsmetoden:

Salgsinntekter (SI) (6000 · 2000)	kr	12000 000
Variable kostnader:		
Drekte materialer	kr	1200 000
+ Drekte lønn	kr	400 000
+ Ind. variable produksjonskostn.	kr	150 000
+ Ind. variable salgs- og admunkostn.	kr	35 000
= Sum variable kostn (VK)	kr	1785 000
Dekningsbidrag (DB)	kr	10 215 000
Faste kostnader:		
Faste produksjonskostn.	kr	800 000
+ Faste salgs- og admunkostn.	kr	1200 000
= Sum faste kostnader (FK)	kr	2000 000
Resultat	kr	8 215 000

(5p)

## Oppgave 4

$$f) \text{ Dekningsgrad (DG)} = \frac{DB}{SI} = \frac{10\,215\,000}{12\,000\,000} = 0,85125$$

$$\text{Dekningspunkt (DP)} = \frac{FK}{DG} = \frac{2\,000\,000}{0,85125} = 2\,349\,486$$

$$\text{Sikkerhetsmargin} = SI - DP = 12\,000\,000 - 2\,349\,486 \\ = \underline{9\,650\,514}$$

(5 p)

g) Se skisse (5 p)

h) Progressiv avskrivning (15%, 20%, 25%, 30%)

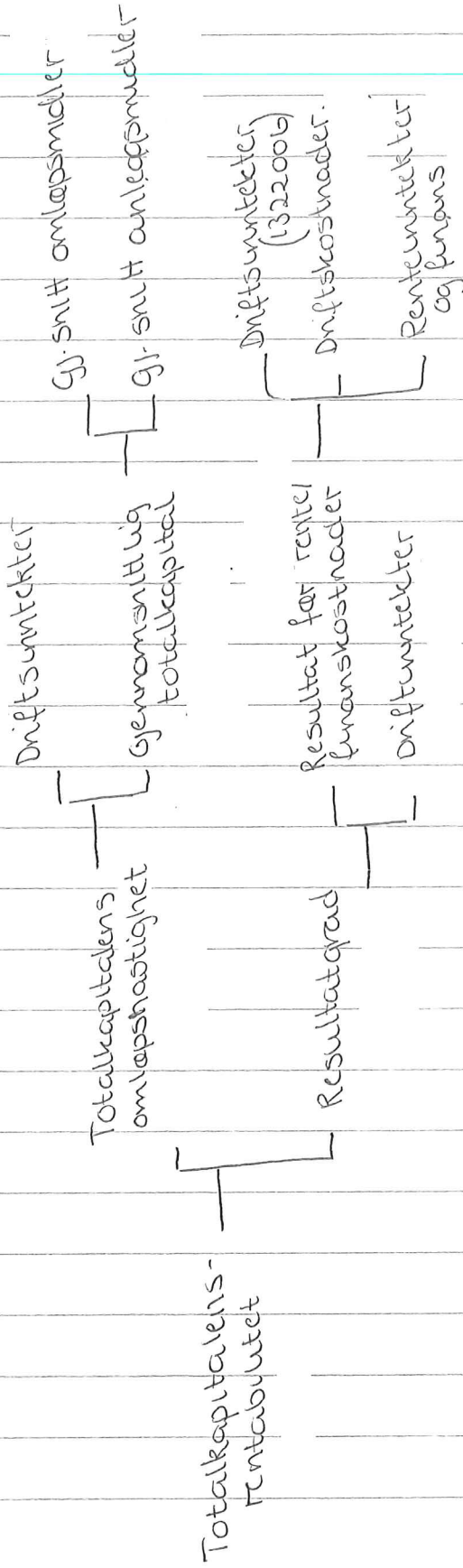
År	Restverdi IB	Årets avskrivning	Restverdi UB
1	1 500 000	225 000	1 275 000
2	1 275 000	300 000	975 000
3	975 000	375 000	600 000
4	600 000	450 000	150 000

(5 p)

$$\text{Anskaffelseskostnad: } \frac{1\,875\,000}{1,25} = 1\,500\,000 \text{ kr}$$

# Du Ponts økonomiske modell

gj. snitt  
Varclager  
Førdnngar  
Kontanter



- Modellen viser hvilke elementer og tallstørrelser vi kan bearbejde for å bedre totalrentabiliteten.
- Man kan oppnå samme totalkapitalrentabilitet ved mange ulike kombinasjoner.

## oppgave 5

$x_1$  = ant. enheter fra bedrift 1

$x_2$  = ant. enheter fra bedrift 2

Etterspørselsprisen pr enhet

$$p(x_1, x_2) = 200 - (x_1 + x_2)$$

$a$  = øvre grense for antall enheter = 200

$b$  = kostnad pr enhet = 10

a) Fortjenestefunksjonen til bedrift 1 og 2:

$$\begin{aligned}\Pi_1(x_1, x_2) &= x_1 \cdot (200 - (x_1 + x_2)) - 10x_1 \\ &= 200x_1 - x_1^2 - x_1x_2 - 10x_1 \\ &= \underline{190x_1 - x_1^2 - x_1x_2} \quad (5p)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi_2(x_1, x_2) &= x_2 \cdot (200 - (x_1 + x_2)) - 10x_2 \\ &= 200x_2 - x_1x_2 - x_2^2 - 10x_2 \\ &= \underline{190x_2 - x_2^2 - x_1x_2}\end{aligned}$$

b) Reaksjonsfunksjonene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi_1}{\partial x_1} &= 190 - 2x_1 - x_2 = 0 \\ 2x_1 &= 190 - x_2 \\ \underline{x_1} &= \underline{95 - 0,5x_2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} &= 190 - 2x_2 - x_1 = 0 \\ 2x_2 &= 190 - x_1 \\ \underline{x_2} &= \underline{95 - 0,5x_1}\end{aligned} \quad (5p)$$

## oppgave 5

c) Nashlikevekten

$$\begin{aligned}x_1 &= 95 - 0,5 x_2 \\ &= 95 - 0,5 (95 - 0,5 x_1) \\ &= 95 - 47,5 + 0,25 x_1\end{aligned}$$

$$0,75 x_1 = 47,5$$

$$\underline{x_1 = 63,3}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= 95 - 0,5 x_1 \\ &= 95 - 0,5 \cdot 63,3 \\ &= \underline{63,3}\end{aligned}$$

Nashlikevekt:  $\{63,3, 63,3\}$

↳ Det optimale quantum en bedrift kan produsere gitt den andres valg.

d) Optimal fortjeneste:

$$\begin{aligned}\pi_1(x_1, x_2) &= \pi_2(x_1, x_2) = \pi_1(63,3, 63,3) \\ &= 190 \cdot 63,3 - 63,3^2 - 63,3 \cdot 63,3 \\ &= 12027 - 8013,78 = \underline{4013,22}\end{aligned}$$